

乱流の秩序構造の概念の応用について

田 中 航 二

1. はじめに
2. 乱流の秩序構造について
3. ランダムネス再考
4. 非物理系の問題への適用
5. 終わりに

1. はじめに

近年複雑系の問題は飛躍的な進歩を遂げている。この複雑系の中で共通の大きな話題は、乱雑化したシステムから秩序はいかにして形成されるか、また秩序あるシステムからいかにして乱雑な系に遷移するかなどのメカニズムを探ることである。これらの問題は学問的にみても自然科学にとどまらず社会科学を含むあらゆる分野に関連する根源的な問いかけでもある。

複雑系研究の進展にともない乱流に関連する研究は近年再び大きな注目を集めている。乱流を支配するのが Navier–Stokes 方程式であり、この偏微分方程式は決定系の方程式であるけれども一般的な厳密解はいまだ見出されていない。そのため数学の中でも難問の一つとされている。同時に、理論・実験・数値計算など種々の観点から飛躍的な研究が数多くなされているが、乱流現象の完全な解明はいまだなされていない。

いまだ乱流現象は未解明であるが、多くの刺激を関連分野に与え続けている。その中でも劇的なパラダイム転換がなされている。代表的なものを2つ例示しよう。1つ目は、乱流は無限回のホップ分岐の後に発生するとする Landau の考え方¹⁾、 n 自由度の非常に多い系でのみカオティックな変動が発生する n を書き換えた、Ruelle と Takens の理論解析²⁾である。かれらは、数回の分岐でもカオティックな挙動が発生することを明確にした革新的なも

1) ローレンツ著、(2000)、p.240

「低次元システムには数回のホップ分岐しか起こらず、運動の複雑さは限られたものとなる。もし更なる複雑さをモデル化するのであれば、より多くの変数(自由度)を分析に取り入れて、より多くの分岐が起こるようにしなければならない。極限においては、システムの変数は無限となり、膨大な数の分岐をへて確率過程のようになる。」とこれが乱流の描写として適切なものと考えられてきた。

「このシナリオの重大な欠点は、膨大な数の分岐のあとでさえ運動は初期条件に対して鋭敏でないという事実である。互いに近くにある初期点が時間経過も近くにとどまっていることである。この規則性は、乱流に関する直感的な概念と明らかに反する。」

のである。2つ目は「乱流の秩序構造」の発見である。従来から乱流の特徴は、流れの変動の時間・空間的不規則性にあると考えられていた。完全にランダムで乱れたものであるとの考えが主流であり、その完全に乱れた乱流の中に秩序構造など存在しないし、自己矛盾を含んだ考え方であるとみなされていた。秩序構造を示す実験結果が得られた当初は実験の不備ではないかと疑われていた。しかし、多くの実験の結果、乱流の中にはどうやら秩序が存在するらしいという考えが見直され始め、その是非をめぐる大きな論争が長年繰返され、近年では精密な実験や数値シミュレーションの結果、乱流には秩序構造が存在することが広く認知されるようになってきた³⁾。

「乱流の秩序構造」の発見はわれわれに乱雑場に対する取り組みを、再確認あるいはより慎重に取り扱うことを要求する。乱流に関連して言えば「十分に発達した乱流」という言葉で済ますことが通常であった。しかし、秩序構造の存在は、乱流の「乱雑さあるいは乱流の度合い」を定量的に評価する必要性を意味する。乱流の定量的評価は、明確な形ではなされていない。われわれはひとつの試みとして、「偶然度」という量⁴⁾を提示しているが、動力学と関連した基礎構成方程式の確立にまだ到達していない。

一方、「乱流の秩序構造」の存在は、乱流以外の異なった場 (field) においても類似の現象が存在するのではないかということを示唆する。物理系で得られた結論を直ちに非物理系に適用することは極めて危険であり、短絡的であるが、検討の余地が有るのではないかと考える。マンテーニャとスタンレーの著⁵⁾でみられる、いわゆる「十分に発達した乱流」と金融市場との類似性の研究では、定性的に有意な結論が得られている。かれらの結果は、非物理系の代表として金融市場などにその範をもとめたものである。「十分に発達した乱流」の概念の、金融市場などの解析に有意な結果を与えた意義は大きい。

それらの結果は - 秩序が発現しない場においても秩序が発現する可能性が僅かでもあれ

2) ローレンツ著、(2000)、p.241および田中 (2002)、p.8参照。

「乱流の発生に関する別の可能性が、1971年ルエール・ターケンスによって示された。乱流運動が始まるにあたって膨大な数の分岐が必要であるどころか、ルエール/ターケンスのシナリオでは、3回のホップ分岐の後にすでに運動がカオス的になりうる。」

このことは、「エネルギースペクトルの観測からも確認できる。少数の成分から乱流が生成される可能性をしめた。これら、ルエール・ターケンスのシナリオは資本市場などの形成の推測過程を簡明にする可能性を示唆する。すなわち、資本市場などは多数の売り手と買い手が相互に交叉することにより成立するが、その多数要因をすべて考慮することは膨大な計算量を有し、容易な事ではない。しかし、少数成分で乱流生成をシミュレート可能なことは、同時に少数成分で複雑な資本市場をシミュレート可能なことを意味する。」とある。

3) 歴史的経過については、小橋安次郎著「乱流せん断流の構造」、谷一郎編『流体力学の進歩 乱流』丸善、1980年および巽友正編、『乱流現象の科学』東京大学出版会、1986年などを参照されたい。

4) 田中、(2002)、pp.11-13参照。

偶然度は0から1の間の数で、偶然度0とは完全に規則正しい、秩序だった構造を意味する。一方偶然度1とは完全に不規則な状態で、完全に乱雑で無秩序な構造である。通常はこの偶然度が0と1の間の値をとり、偶然と非偶然的の両者がせめぎあい、完全に秩序ある状態や完全に無秩序な状態などの状態をとるのが困難であることするほうが妥当ではないかという考えである。佐藤浩 (1980) 参照

5) マンテーニャ、(2001)、pp.115-126、でも「金融市場と乱流」なる一章が設けられており、乱流と金融市場との定性的・定量的検討がなされている。そこでは「定性的に見ると、乱流と金融市場は驚くほど似通っている」と指摘されている。そして、定量的な統計的手法による解析の結果、以下の2つの結論をえている。

類似点：現象の断続性、非正規密度関数をもち、徐々に正規過程に近づくこと

相違点：密度関数の形が異なる。原点回帰確率が示す振る舞いが異なる。乱流では、スケール則が見出せなかったが、株式指数では時間指数が3桁のオーダーより大きい範囲で見出せた。さらには、乱流では、反相関があったが、株式指数 (為替レート) の揺らぎには、本質的に相関がない。

ば、「乱流の秩序構造」の概念を適用できる可能性の余地があるのではないか—という知的エンハンスメントをわれわれに与える。また、乱流場で得られたようなパラダイム転換に類似したものが得られる可能性を窺わせる。端的に言えば、伝統的ファイナンス理論で、広く容認されている「ランダムウォーク・モデル」の限界に関する議論を深める可能性があるのではないかと考える。また、多くの論争が続いている効率市場仮説とそれに関連するアノマリーの概念の解釈への適用可能性も視野に入れることができる。

本稿では最初に「乱流の秩序構造」の概念を要約して紹介し、関連してランダムネスの概念を再考する。次にHolmesとLumley他⁶⁾による、「乱流の秩序構造」へのdynamicalアプローチの概念を紹介し、非物理系の問題への「乱流の秩序構造」の概念的な適用の是非について考究する。

2．乱流の秩序構造について

乱流の秩序構造の発見までの経緯、秩序構造の概念および秩序構造の個別例を以下に述べる⁷⁾。

2．1 秩序構造の発見までの経緯

前述したように、乱流の定義は時間的および空間的な不規則性にあるとされていた。完全にランダムで乱れたものであるとの考えが主流であり、その完全に乱れた乱流の中に秩序構造など存在しないし、自己矛盾を含んだ考え方であると考えられていた。従って、秩序構造を示す実験結果が得られた当初は実験の不備ではないかと思われていた。しかし、繰り返し行われた精密な実験の結果、乱流の中にはどうやら秩序が存在するらしいという考えが見直され始め、近年ではDNS (Direct Numerical Simulation) などの数値シミュレーションの結果、乱流には秩序構造が存在することが容認されるようになってきた。ただ、秩序構造の発生機構は個別の流れで違いがあり、きわめて複雑であり統一的な解明はいまだなされていない。

2．2 秩序構造について

乱流は風洞などを用いて、人工的に作ることができる。風洞の一樣格子の背後の等方性乱流と呼ばれ、再現性のよさのため広く研究されてきた。しかし、実際の流れ場では、この等方性乱流の実現は難しい。

われわれが通常出会う、噴流・後流・混合層などは自由せん断流と称されるが、流れの幅や厚さなどの全体的スケールと同程度の大きさの大規模構造の存在が認識されている。また、境界層や管内流などの壁面乱流においても、壁面近傍でバースティング (bursting) と呼ばれる、境界層厚さに比べて、はるかに小さいスケールであるが、特徴的な乱流運動が存

6) P.Holmes, J.L.Lumley, & G.Berkooz, (1996)

7) 日野 (1992)、pp.391-409をもとに要約

在することがわかってきた。これらの乱流運動ないしは構造を総称して、組織運動 (organized motion) あるいは秩序構造 (coherent structure) と称される。

2.3 秩序構造の例

「乱流の秩序構造」に関する研究知見は理論、実験および数値実験を含め膨大な量に及んでいる。以下では、壁乱流に見られる秩序構造に限定して例示する。壁面領域は底層、バッファ層および外層に大別されが、バッファ層の役割が重要であるので最初に述べる。

底層の上のバッファ層はエネルギーの生産がもっとも活発な場所で、2つの特徴的な乱流運動、すなわち低速流体の外側への放り上げであるイジェクション (ejection) と高速流体の壁方向への急な突っ込みであるスイープ (sweep) との間欠の発生によってなされる。壁面近傍領域では、ほぼ流下方向に軸をもち、下流に向かって頭をもちあげた比較的強い渦 (縦渦) が多数見つかる。これらの渦がイジェクションやスイープの過程に密接に関連している。これらの結果はDNSでも明確にされた。

壁面近傍の乱れの組織構造を特徴付ける現象はバースティング (bursting) と呼ばれることを述べた⁸⁾が、この小スケールのバースティングこそレイノルズ応力の発生や乱流活動を維持する正体であった。境界層厚さに比べて、1/10程度のはるかに小さいスケールである。図2.1に可視化によりえられたバーストの挙動を図示する。

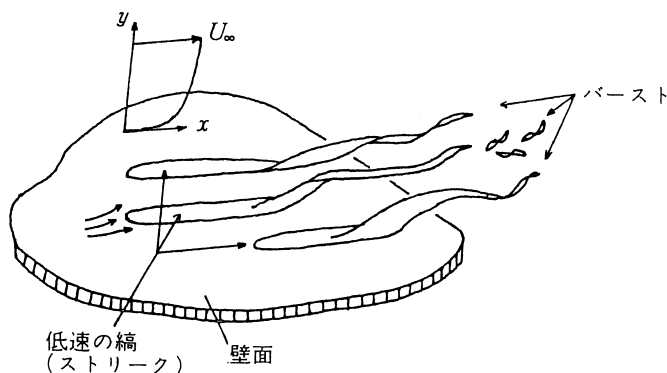


図2.1 可視化によるバーストの挙動

(小橋安二郎、丸尾孟「せん断乱流」、巽友正編『乱流現象の科学』東京大学出版会、(1968)、p.431、図11.89より転載)

また、組織構造とバーストの関連の上からBrownとThomasの実験結果⁹⁾を紹介しておく。かれらは、バーストが間欠の現象であることに着目し、速度変動の時間・空間相関の相関値とバーストの関連を調べた。図2.2は測定結果の一例で、壁面せん断応力 τ_w の変化が激しいところ (矢印が示されている箇所) で、速度変動 u' が大きく変化していることが

8) 近年ではバースティングとは空間的に散在しているが、寿命時間の比較的長い1個もしくは数個のほぼ流下方向の下流側に傾いた渦の通過に伴う壁面からの流体局所的なイジェクションをさすというように統一された。

9) 小橋安二郎 (1980)、pp.116-117より引用、原著は、G.L.Brown & A.S.W.Thomas "Large structure in a turbulent boundary layer", *Phys. Fluids* 20, 1977, pp.234-52

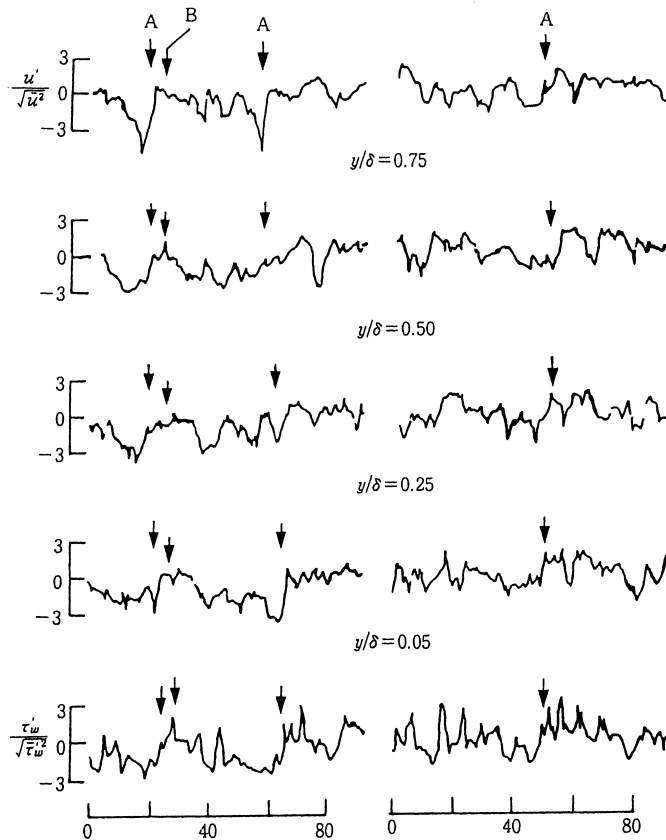


図2. 2 バースト発生時における速度と壁面応力の変動

(小橋安二郎、丸尾孟「せん断乱流」、巽友正編『乱流現象の科学』東京大学出版会、(1986)、p.432、図11.90より転載)

わかる。その他に、組織構造とバーストの相関性も巧妙な手段で関連づけ、図2. 3に示すような境界層の組織模型を提唱している。渦塊の境界にて、壁面せん断応力の急激な上昇が見られる。

底層領域、バッファー領域の外側は外層と呼ばれるが、そこにはホースシュー渦、ヘアピン渦、 Λ 渦、バナナ渦と呼ばれるループ型の渦構造が存在する。これらの組織構造が乱れのエネルギー生産に何らかの役割を果たしているのは事実であるが、それについての議論は終結していない。これらの渦は3次元構造をしている。渦構造の一例として、熱線風速計によるデータをもとに行われたアンサンブル平均によって見出された福西・佐藤 (1983) のバナナ渦¹⁰⁾について図示する。彼らは多数の熱戦風速計を用い、困難な信号処理を巧妙に行った。

内層域 (底層、バッファー層) と外層域の相互関係は今後の研究課題として残されている。

10) 福西祐、佐藤浩「乱流境界層間欠域の構造」『ながれ』2、1983、pp.272-278

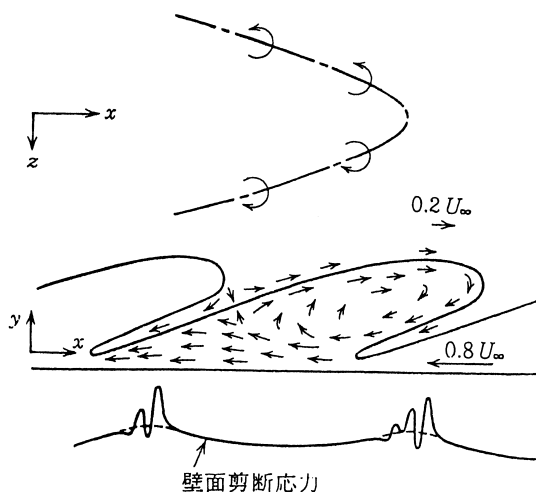


図2.3 境界層の組織乱流模型

(小橋安二郎・丸尾孟「せん断乱流」、巽友正編『乱流現象の科学』東京大学出版会、(1986)、p.433、図11.91より転載)

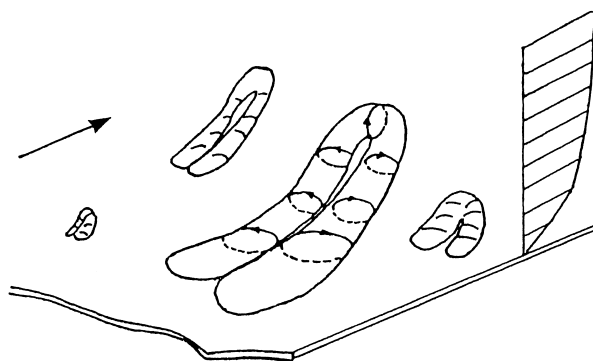


図2.4 バナナ渦模型

(小橋安二郎・丸尾孟「せん断乱流」、巽友正編『乱流現象の科学』東京大学出版会、(1986)、p.429、図11.85より転載)

2.4 秩序構造の物理像

壁乱流についてその物理像をみる¹¹⁾。秩序構造が乱流の素過程に果たす役割を乱流諸量の輸送方程式の各項を瞬時場中で可視化することにより調べることができる。その結果、レイノルズ応力、乱流熱流束の生成、拡散、消滅などの生成消滅機構が渦運動の周囲に集中していることが明らかになっている。また、壁面せん断応力が局所的に大きい領域も縦渦構造の近傍に集中する。プラントル数が1に近い場合には、乱流熱流速とレイノルズせん断応力の分布が一致しており、瞬時場においても運動量と熱輸送のアナロジーが成立する。このように乱流の維持に重要な多くのメカニズムが、傾いた縦渦構造という特有の構造に隣接して生じること、またこれらの中心的機構が時空間的に局在し、きわめて間欠的に分布すること

11) 流体力学ハンドブック (1998)、pp.355-356より引用。

は、最近の DNS データベースから得られた壁乱流の物理像である。

以上に述べたように、「乱流の秩序構造」は間欠的に出現し、秩序と無秩序の一種のせめぎあいと考えられる。現象として認知されており、その生成機構の完全な解明はまだなされておらないが「乱雑さのなかの秩序」の概念は興味深く、乱流以外の種々の系に適用可能と考えられる。

3. ランダムネス再考

秩序・無秩序という概念が主課題であるので、ランダムネスの概念を再度確認しておきたい。

われわれはランダムネスという言葉あまり吟味せず使用している。情報科学ではコロモゴロフ尺度によるアルゴリズムのランダムネスを定量的に評価することがなされている。しかし、乱流研究では、「発達した乱流」、「秩序をもつ乱流」など無造作に使用され、定量的な意味での乱流のランダムネスが評価されているとは言いがたい。われわれは偶然度という言葉で提示し、乱流の定量的評価を試みていることを前述したが、動学の裏づけが不足している。動学の導入に関しては今後の課題である。

以上を踏まえ、ランダムネスを再確認するという作業を行う。参考として、田口のランダムネスに関連して展開している興味深い論考¹²⁾を紹介する。「ランダムなものは情報圧縮可能でないという直感的アイデアを数学的に定式化するのがランダムネスを規定するポピュラーな論理」であり、「われわれが一様だと常識的に判断するようなサンプリング測度についての大数の法則を尊重すれば生物は生き延びてこられたのである」と指摘する。統計理論の苦戦する場合として「一様なランダムネスは一様な大数法則がアприオリに成り立つ」ということに立脚し、「平衡状態の統計力学が典型例であり、ちょっと平衡からずれただけで理論の形成に四苦八苦する」と述べる。

また、田口はわれわれを取り巻くデータの洪水に触れ、その問題点を、ゲノムの塩基配列に例をとり「ランダムに見えるどころか、個々には圧縮不能という意味でランダムな記号列で、しかも意味を担っていると考えられる膨大な記号列に如何に対処するかが問題になってきた」と述べている。つまり、「膨大なデータの中から意味のある部分と意味のない部分（ランダムネス）を切り分けよ」という通常の考え方では処理できないとする。

「乱流の秩序構造」も、秩序と無秩序が混在し、互いにせめぎあっている状態であり、強い非線形性を持ち「意味のある部分と意味のない部分（ランダムネス）を切り分ける」という処理が困難な事例である。ただ、秩序の兆しがあるとき、必然的にその現象の一部を予測しうる可能性があることを意味する。その予測可能性を利用することができないかという試みを以下に述べる。

12) 田口善弘、「自然界に現れるランダムネス」『数理科学』、第519号、2006年9月、pp.48-53

4. 非物理系への適用

4.1 問題の背景

「乱流の秩序構造」の概念を、非物理系の他の場(field)での問題に適用できないだろうかというのが本稿の大きな目的であるが、われわれがその目的を抱くにいたった背景を最初に述べる。

経済物理学の意味について、興味深いマンテーニャなどの明快な反論¹³⁾を引用し考える。かれは「経済システムを研究している物理学者に対してしばしば投げかけられる非難のひとつに、このような研究分野は、物理学のそれではない。なぜならば、この分野には運動方程式が知られていないからである、というものがある。このように、考えている系のハミルトニアンが存在すべきだという批判を真に受ければ、いくつかの実り豊かである物理学の分野、たとえば摩擦の分野とか、粒子状の物質を扱う幾つかの分野を放棄しなければならない。」とのべる。また前述したようにマンテーニャは「十分発達した乱流」の概念を金融市場に適用し定性的に有用な結果をえている。ただ、定量的な面では乱流のダイナミクスと金融資産のダイナミクスが同一でないということに依存し、当然ながら両者の結論に違いは存在することは事実である。物理系で確認された概念を直ちに非物理系に適用することは、短兵急なことは否定できず、十分慎重を期す必要があることも事実である。ただ、「物理帝国主義」と揶揄されるほど物理学者には楽天的な側面があり、貪欲に異分野に接近する知的好奇心をもつことは否定できない。

経済システムの運動方程式によるダイナミクスの記述が困難という点は早急に解決を得られる問題ではないことは言及するまでもない。また、われわれは古典力学や熱力学を通じて平衡・熱平衡などの概念になじみ深く、経済学の均衡の概念についてもそれほど理解することは困難でない。しかし、時刻を変数とする流速時系列を主として取り扱ってきた乱流研究の立場から見ると、金融市場が取引の経過に応じて均衡に達するというような観念は、ややなじみにくいのは事実である。それらの点では複雑系経済学者の塩沢ほか(2006)の論点¹⁴⁾は受け入れやすい。

4.2 アノマリーについて

本論考執筆の端緒のひとつになったものに資本市場でのアノマリーの存在の有無に関連する議論がある。アノマリーの存在に関しては活発な議論が展開されている。アノマリーに関する伝統的ファイナンスの立場からの論考として Schwert と広瀬による包括的な評論¹⁵⁾や一方行動ファイナンスの観点からの Barberis と Thaler の評論¹⁶⁾がある。かれらの議論は両極に位置するが、俊野(2004)の議論¹⁷⁾に賛同する。すなわち、「行動ファイナンス上の概

13) マンテーニャ、(2001)、p.115

14) 塩沢(2006)、p.129より引用する。「金融市場は、完全な市場に近いと考えられている。……中略……証券取引所が最も組織された市場であり、一つの典型であることは疑いない。金融市場が取引の経過に応じて均衡に達するというような観念は、しかし、虚構でしかない。事実、証券市場の価格が一定の水準に近づくのを見ることはほとんど不可能である。……中略……現実の市場過程に近いものを再現しようとするれば、主体の行動にも、それらの相互作用として得られる市場も、まったく異なるものとして定式化しなければならない。その第1歩は、行為を時間経過のなかにおくことである」

念をファクターとして考慮することが自然であるような展開になっていけば、特段、伝統的ファイナンス対行動ファイナンスといった対立の構図は必要なくなっていくものと考えられる」との指摘である。

われわれの興味は、「乱流の定義は時間的および空間的な不規則性にあるとされていた。完全にランダムで乱れたものであるとの考えが主流であり、その完全に乱れた乱流の中に秩序構造が存在するという」という乱流研究の大きなパラダイム転換の議論と、「効率市場仮説」に対する「アノマリーの概念」の存在の有無の議論が極めて類似しているという点にある。ただし、「乱流の秩序構造」の概念がアノマリーの存在の有無を判断するにたる機構解明の可能性とその問題の解決に有力な手段であるかは別の問題であり、今後の研究の課題でもある。

4.3 適用が有意と考えられる点

しかし、いままでの経済物理のなかでの乱流の概念は「十分発達した乱流」という概念とそれを金融市場に適用し両者の類似比較のみにとどまっている。われわれの試みである、「乱流の秩序構造」の概念を金融市場に適用する等の研究は知る限りにおいてほとんど皆無である。従って、以下において「乱流の秩序構造」のいかなる概念が金融市場などの理解に有意であり、どの部分が適用することに困難であるかを考究してみる。

- (1) 「乱流の秩序構造」と金融市場は秩序と無秩序が混在する系として類似的に見ることができる。
- (2) ストレンジアトラクターを含む、カオス研究の成果を両者に活用できること。
- (3) いわゆる「発達した乱流の概念」の金融市場への適用はある程度の成果が得られている。統計法則に基づいた有意な成果も得られている。これらの延長上に「乱流の秩序構造」の概念が存在すると考えられる。

4.4 適用が困難と考えられる点

- (1) 金融市場と乱流ではダイナミクスが異なる。金融市場には Navier-Stokes 方程式に対応する動力学方程式が確立されていないこと。
- (2) 乱流中の平均流に対応する市場の平均的な諸量自身を決定することが困難である。
- (3) 乱流の平均場と攪乱成分は輸送方程式に従い、レイノルズ応力などを介して、エネルギー交換を行う。このエネルギー交換に類似した機構を記述する方程式を金融市場で明確に得ることは難しい。

15) Schwert と広瀬 (2006)、p.999、15章アノマリーと市場効率性の要約より引用する。「アノマリーが学術的な論文の中で議論、分析されて以降、それらはしばしば消滅したり、反転したり、低減したりしているようである。収益機会は過去には存在したが裁定により消え去ってしまったのか、あるいは、アノマリーは学者や実務家が興味を抱いただけの単なる統計的な錯誤だったのだろうかという疑問がここからわいてくる」とし、「アノマリーが見かけだけの可能性を示している。その異常性から、論文の筆者たちは不可解なアノマリーのさらなる調査や、それらの現象に説明を加えようとする。しかし、たとえその効果を初めて特定したサンプル期間において、そのアノマリーが存在したとしても、アノマラスな挙動に有利な投資行動を実行しようとする実務家の活動によって、そのアノマリーは消滅する。(つまり、研究結果が市場をより効率的なものに導く。)」とのべている。

16) Barberis と Thaler (2006)

17) 俊野 (2004)、p.200

4.5 理論的取り扱い

前述したように「乱流の秩序構造」の概念を単純に適用するには、多くの困難な点が存在するが、coherent structure のダイナミクスを記述する方程式の存在は興味深い。以下に、Holmes と Lumley 他¹⁸⁾ より、式の導出の過程を簡単に紹介する。数式を含んだ運動方程式等の詳細な記述は省略する。

(1) 乱流の coherent structure の運動方程式の導出過程。

- ① Navier-Stokes の方程式を流速の平均部分と変動部分に分ける。
- ② 変動部分の方程式を作る。
- ③ 変動部分を、coherent structure に関連する部分と関連しない部分に分ける。
- ④ coherent structure に関連する構成方程式を求める。
- ⑤ coherent structure に関連する部分と関連しない部分の間に仮定をもうけ、式を close させる。
- ⑥ 固有関数で展開する。
- ⑦ coherent structure に関連する部分と流速の依存関係を求める。

以上のような手段で「乱流の秩序構造 (coherent structure)」の挙動が記述される。

4.6 予測の問題

たびたび繰り返すが、乱流研究と異なり、金融市場や株式市場での解析の困難な点は、Navier-Stokes 方程式に相当する動力学的方程式が確立されていないことである。確率微分方程式を用いた研究も数多くあるが、秩序・無秩序が混在しているシステムを記述することは容易でない。

したがって、上記の「乱流の秩序構造」の運動方程式での記述の過程を金融市場のダイナミクスへ直ちに適用することはできない。しかし、適当な仮説と近似を行うことでダイナミクスを定式化することは可能と考える。この定式化は仮想市場での解析となるが、数値実験などで補完することにより、より現実市場に近いものを再現できる。また「乱流の秩序構造」は間欠的に出現し、秩序と無秩序の一種のせめぎあいと考えられる。秩序が存在することは、予測の可能性があるということの意味する。したがって、「間欠的な秩序の発現」は金融市場での「数値実験」の役割を果たすと考えられる。

前述したが Ruelle と Takens の理論解析は、乱流は無限回のホップ分岐の後に発生するとする Landau の考え方—自由度の非常に多い系でのみカオティックな変動が発生する—を書き換えたものである。かれらは、数回の分岐でもカオティックな挙動が発生することを明確にした革新的なものである。これら、ルエール・ターケンスのシナリオは資本市場などの形成の推測過程を簡明にする可能性を示唆する。すなわち、資本市場などは多数の売り手と買い手が相互に交叉することにより成立するが、その多数要因をすべて考慮することは膨大な計算量を有し、容易な事ではない。しかし、少数成分で乱流生成をシミュレート可能なことは、同時に少数成分で複雑な資本市場をシミュレート可能なことを意味する。このようにわれわれは多様な近似と予測の手段を容易に手にすることができる状況に到達したと考える

18) P.Holmes, J.L.Lumley, & G.Berkooz, (1996), pp.275-314

ことができる。

5. おわりに

複雑系の科学は一時の喧騒の時期を通過し、着実な進歩の道程をとり始めている。同時にその守備範囲を拡げ、特化した分野でも著しく進展を見せている。なかでも経済物理学は物理学上のあらゆる知見を吸収し、アメリカ物理学会誌 *Physics Today* にも再三にわたり特集¹⁹⁾ が掲載されている。またファイナンスの分野でも“Physics of Finance”なる題目の著²⁰⁾ が著され、この分野の進展を伺うことができる。

われわれはそのような状況のなか、複雑系の問題を乱流研究の立場より取り扱うことを行ってきた。本稿にて「乱流の秩序構造」を取り上げたが、ランダムネスの概念を再考してみたいという思いがあった。われわれはランダムと言う言葉をあまりに吟味せず、無雑作に使用していたのではないかということに派生する。情報科学ではコルモゴロフ尺度によるアルゴリズムのランダムネスを定量的に評価することがなされている。しかし、乱流研究では、「発達した乱流」、「秩序をもつ乱流」など無造作に使用され、定量的な意味での乱流のランダムネスが評価されているとは言いがたい。乱流を定量化すること、これは従来から乱雑とひと括りにされていた事象の定量的な再評価を意味する。

われわれは、乱流の問題に実験的な面より接近し、秩序形成および乱雑化の過程の解明に取り組んできた。特に、偶然・必然過程を体現した empirical な事実をもとに偶然度という概念を導入し、乱流の問題を中心に秩序形成と偶然化の現象の機構の解明に努力してきた²¹⁾。動力学方程式と偶然度を組み合わせることにより、秩序形成過程の仕組みがより明確になると考えられる。

本稿に示した、「乱流の秩序構造 (coherent structures)」は乱流内に間欠的に出現するが、この「間欠的な秩序の発現」は乱流事象の予測可能性を潜在的に秘めている。この予測の可能性は異分野の事象に活用可能と考えている。われわれはひとつの問題提起を行った。すなわち、多くの相対立する論考の場である金融市場等の予測の問題に適用する可能性を「乱流の秩序構造」の概念はもつのではないかということである。乱流研究と異なり、金融市場や株式市場で基本方程式の定式化に多くの困難があることは熟知している。また、予測の問題への適用に関して、明確な結論を提示することは容易でないことは事実である。しかし、予測度というような未定義の言葉の使用を許されるとしたら、予測度を向上させる可能性を imply したと考えることもできる。残念ながら本論文では概念のみの提示に終わり、金融市場の仮想構成方程式や仮想的数値実験などの手段にて、その概念を担保しうる

19) Farmer, J.D., Shubik, M.&Smith, E, “Is Economics the Next Physical Science?”, *Physics Today*, Sep., 2005

20) K. Illinski, *Physics of Finance*, Wiley, (2001) でゲージ理論を応用した非均衡価格決定論を主として論じている。

21) K.Tanaka, H.Sato &H.Saito, “Fine structure of the 3-dimensional transition region in the wake behind a thin-shell cylinder placed to a uniform flow2”, *Proc.of International Union of Theoretical and Applied Mechanics, Symposium*, Springer-Verlag, (1994)

Numerical な展開は未達成である。

本研究は複雑系の科学に属し、萌芽的なものである。流体物理学以外の社会科学の多岐の分野にまたがる学際的な研究であり、議論の誤謬等の指摘を含め、先学の諸氏のご教示を今後ともお願いしたい。なお本研究は平成16-17年度-大阪商業大学研究奨励助成をうけ、「複雑系の予測の問題」と題して行なわれた。

参考文献

- 1) 巽友正編『乱流現象の科学』東京大学出版会、1986年
- 2) 日本流体力学会編『流体力学ハンドブック』丸善、1998年
- 3) 日野幹雄著『流体力学』朝倉書店、1992年
- 4) H.W. ローレンツ著、小野崎保、笹倉和幸訳『非線形経済動学とカオス』、日本評論社、2000年
- 5) 塩沢由典、中島義裕、松井啓之、小山友介、谷口和久、橋本文彦著『人口市場で学ぶマーケットメカニズム』共立出版、2006年
- 6) マンテーニャ、スタンレー著、中島眞澄訳『経済物理学入門-ファイナンスにおける相関と複雑性』エコノミスト社、2001年
- 7) 佐藤浩著「自由せん断流の層流乱流遷移」谷一郎編『流体力学の進歩 乱流』丸善、1980年
- 8) 小橋安二郎著「乱流せん断流の構造」谷一郎編『流体力学の進歩 乱流』丸善、1980年
- 9) 田中航二著「経済物理学の視座と乱流」『大阪商業大学論集』第126号、2002、pp1-15
- 10) P.Holems, J.L.Lumley & G.Berkooz, "Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry", *Cambridge Univ. Press*, 1996
- 11) S.W.Schwert & 広瀬勇秀著「アノマリーと市場効率性」Constantinides, G.M.et.als 編著、加藤英明監訳『金融経済学ハンドブック』丸善、2006年
- 12) N.Barberis, R.Thaler. & 木元伸行著「行動ファイナンスサーベイ」Constantinides, G.M.et.als 編著、加藤英明監訳『金融経済学ハンドブック』丸善、2006年
- 13) 大村敬一、宇野淳、川北英雄、俊野雅司著『株式市場のマイクロストラクチャー』日本経済新聞社、1998年
- 14) 俊野雅司著『証券市場と行動ファイナンス』東洋経済新聞社、2004年
- 15) P.ベルジェ、Y.ポモウ、Ch.ビダル著、相澤洋二訳『カオスの中の秩序-乱流の理解にむけて』産業図書、1992年